

Apuntes sobre neutrones

DISCLAIMER

Este texto puede contener errores. No se debe utilizar como sustituto de los libros que aparecen en la bibliografía.

Índice

1. Introducción	2
1.1. Interacción de neutrones con los núcleos	2
1.2. Sección eficaz	3
2. Fuente radiactiva ^{252}Cf	5
3. Detección de neutrones	6
3.1. Moderación de neutrones	7
3.2. BELEN48	11
4. Preamplificador de carga	11
5. Tarjetas digitalizadoras	12
5.1. Filtro FIR (Finite Impulse Response) trapezoidal	14
6. Fondo natural de neutrones	15
7. Bibliografía	16
7.1. Recomendada/general	16
7.2. Complementaria	16
8. Anexo. Moderación de neutrones	17

1. Introducción

El neutrón fue descubierto por Chadwick en 1932. Decae en protón, electrón y antineutrino, con una vida media de 15 minutos. Interaccionan gravitacionalmente¹ y fuertemente, pero no EM ya que no tienen carga neta². Para poder interaccionar fuertemente deben pasar a pocos fm de un núcleo, lo que permite a los neutrones atravesar distancias muy largas sin interaccionar (radiación muy penetrante). Al no sentir la barrera coulombiana del núcleo, los neutrones pueden ser capturados fácilmente si están suficientemente cerca. Se pueden clasificar según su energía en

Categoría	Energía
Alta energía	>10 MeV
Rápidos	(0.2, 10) MeV
Intermedios	(1, 200 000) eV
Epitérmicos	~ 0.5 eV
Térmicos	~ 0.025 eV
Fríos/ultrafríos	(0.001,1) meV

1.1. Interacción de neutrones con los núcleos

Los neutrones con una energía cinética mayor de 100 MeV no los tratamos porque al interaccionar con la materia desencadenan cascadas hadrónicas³. La interacción de un neutrón con un núcleo puede ser o bien *scattering* o bien *absorción* (reacción nuclear):

- a) *Scattering*: puede ser elástico o inelástico. El segundo es más difícil porque el primer nivel excitado de un núcleo está a muchos MeV. Es el método usado para moderar neutrones: los neutrones ceden en cada interacción una parte de su energía, pero manteniendo su número.
- b) *Absorción*: cuando un núcleo absorbe un neutrón puede quedar excitado⁴ o bien fisionarse (en α o fragmentos mayores). El proceso de absorber un neutrón y emitir fotones se conoce como captura radiativa. Para apantallar neutrones se utilizan materiales tales que una vez que absorben un neutrón, liberan radiación mucho menos penetrante, como la α (véase la tabla).

¹En el experimento n_TOF tienen que corregir la trayectoria parabólica de los neutrones.

²Su momento dipolar magnético no es nulo y bajo ciertas condiciones sí pueden interaccionar ante campos magnéticos.

³Tema dentro de la asignatura de Física nuclear y partículas, y Reacciones nucleares.

⁴No confundir con scattering inelástico.

Interacción		Reacción	Notación nuclear
Scattering	Elástico	$n + (Z, N) \rightarrow n + (Z, N)$	(n, n)
	Inelástico	$n + (Z, N) \rightarrow n' + (Z, N)^*$	(n, n')
Absorción	Captura (radiativa)	$n + (Z, N) \rightarrow \gamma + (Z, N + 1)$	(n, γ)
	Part. cargadas	$\begin{cases} n + (Z, N) \rightarrow \alpha + (Z - 2, N - 1) \\ \dots \end{cases}$	$\begin{cases} (n, \alpha) \\ (n, p), (n, d) \end{cases}$
	Multiplicación	$n + (Z, N) \rightarrow n' + n'' + (Z, N - 1)$	$(n, n' n'')$
	Fisión	$n + (Z, N) \rightarrow \text{neutrones} + f$	(n, f)

Tabla 1: Resumen de la interacción de los neutrones con la materia. En el último caso, “f” identifica los fragmentos en los que puede fisionarse el núcleo.

<p>Notación física nuclear: si denotamos con mayúsculas los núcleos, podemos compactar las reacciones según la notación siguiente</p> $A + a \rightarrow b + B \equiv (a, b)$

1.2. Sección eficaz

Se define sección eficaz como una medida de la interacción de las partículas lanzadas contra un centro dispersor. Matemáticamente esto se expresa como $R = \sigma \tau n x$ con

$[R] = t^{-1}$	Interacciones por unidad de tiempo
$[\sigma] = L^2$	Sección eficaz microscópica
$[\tau] = t^{-1}$	Neutrones por unidad de tiempo
$[n] = L^{-3}$	Número de núcleos blanco por unidad de volumen
$[x] = L$	Anchura del blanco

Es una magnitud escalar que tiene unidades de superficie. En ciertos casos representa la sección transversal efectiva vista por los proyectiles al aproximarse al blanco. Las secciones eficaces para diferentes procesos se suman (diferenciamos en color rojo los procesos no elásticos, que incluyen el scattering inelástico):

$$\sigma_{\text{total}} = \overbrace{\sigma_{\text{elástica}} + \sigma_{\text{inelástica}}}^{\text{scattering}} + \overbrace{\sigma_{\text{captura}} + \sigma_{\text{fisión}}}^{\text{absorción}}$$

Las secciones eficaces son dependientes de la energía.

En el rango de energía entre keV y varios MeV encontramos fuertes resonancias, principalmente en las secciones eficaces correspondientes a la absorción y producción gamma. En la sección eficaz por scattering elástico encontramos en este rango de energías un “plateau”, o intervalo en el que el valor es más o menos constante. Hay que notar una fuerte dependencia con $1/v$ en las secciones eficaces de absorción y producción gamma hasta los cientos de keV.

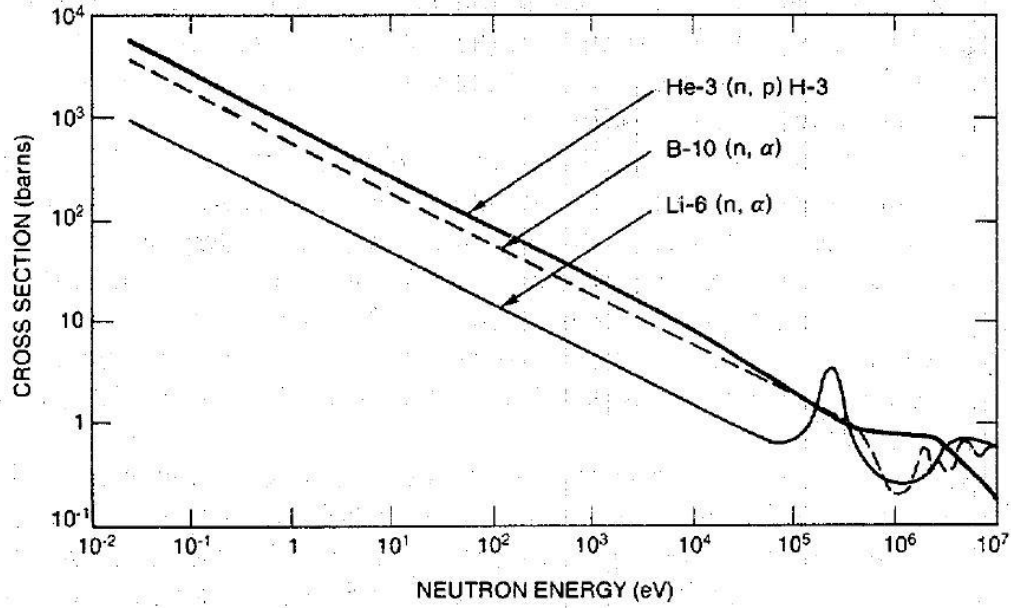


Fig. 13.4 $^3\text{He}(n, p)$, $^{10}\text{B}(n, \alpha)$, and $^6\text{Li}(n, \alpha)$ cross sections as a function of incident neutron energy (Ref. 7).

Figura 1: Sección eficaz de captura de ^3He , ^{10}B y ^6Li . Se puede observar la dependencia $1/v$ que hemos mencionado antes.

1.2.1. Rayos X vs neutrones

Los rayos X son dispersados **electromagnéticamente** por la nube de electrones que rodea al núcleo, de unos 10^{-10} m de diámetro. Por otro lado, los neutrones son dispersados **fuertemente** por el núcleo, de unos 10^{-15} m de diámetro, debido a la interacción nuclear fuerte.

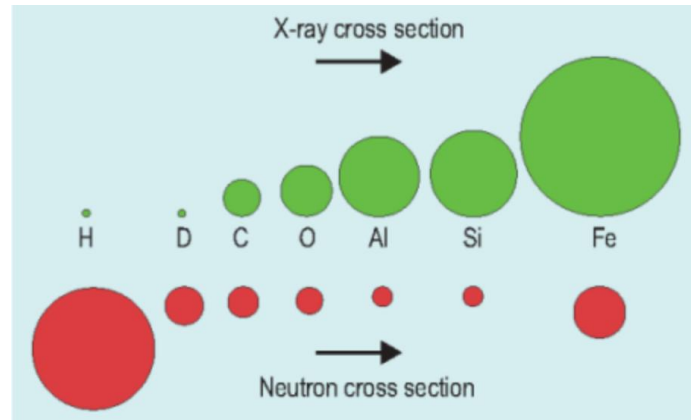


Figura 2: Comparación de secciones eficaces para Rx y neutrones térmicos (escalada).

2. Fuente radiactiva ^{252}Cf

El núcleo de ^{252}Cf es inestable y se desintegra con un BR del 96.6 % emitiendo una partícula alfa, y con un BR del 3.09 % mediante fisión espontánea. En cada fisión existe una alta probabilidad de emisión de uno o más neutrones, siendo el promedio 3.7 neutrones por fisión (véase Fig. 3 para la distribución en E).

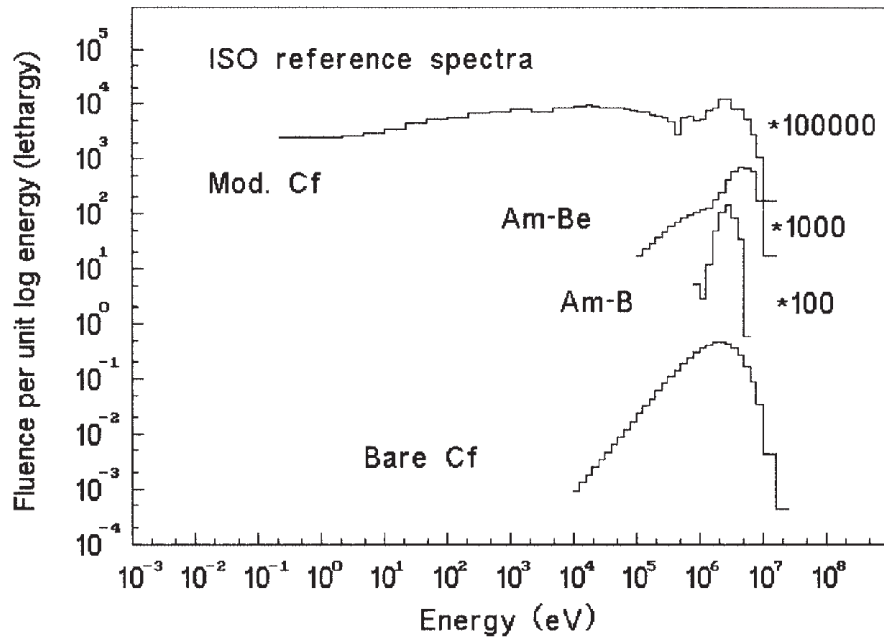


Figura 3: Espectro de neutrones para la fuente de ^{252}Cf (bare Cf en la imagen).

3. Detección de neutrones

Los mecanismos para la detección de neutrones están basados en métodos indirectos. Los neutrones, como su propio nombre indica, son neutros, por lo que no interaccionan directamente con los electrones de la materia. El proceso para la detección del neutrón implica una interacción con un núcleo y la posterior liberación de partículas cargadas. Estas partículas cargadas secundarias ionizarán el medio y podrán detectarse por diferentes métodos.

Existen varias formas de detección indirecta. Por ejemplo, podemos tener que el neutrón es dispersado por un núcleo, y el retroceso del núcleo causará la ionización del medio (en la práctica, sólo se pueden utilizar núcleos de hidrógeno y helio). Otra opción, como es nuestro caso, el neutrón puede inducir una reacción nuclear de forma que los productos de la reacción (alfas, gammas, fragmentos de fisión) sí pueden ser detectados adecuadamente. Nosotros utilizaremos la reacción

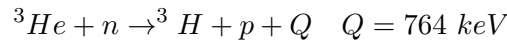
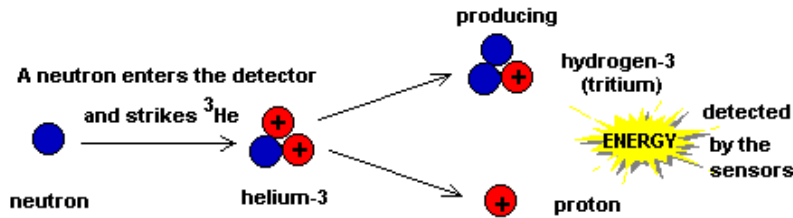


Figura 4: Para la detección de neutrones se debe recurrir a métodos indirectos. En nuestro caso, el neutrón inicia una reacción nuclear exotérmica.

Esta reacción es exotérmica, y la energía desprendida en el CdM es de 764 keV. Esta energía se reparte entre el protón y el tritón, 191 y 573 keV respectivamente. En principio, esta energía la depositan en el tubo en forma de ionizaciones (y otros procesos). En algunos casos, o bien el protón o bien el tritón se chocarán con la pared (y serán frenado en ella) antes de haber depositado toda su energía. Esto se reflejará en el histograma como una cola que se extiende a energías por debajo de 764 keV.

Para aumentar la eficiencia de los detectores se necesita disminuir su velocidad (proceso conocido como **moderación**). ¿Por qué aumenta la eficiencia de los detectores? La probabilidad de reacción depende con $1/v$, como puede verse en la Fig. 5.

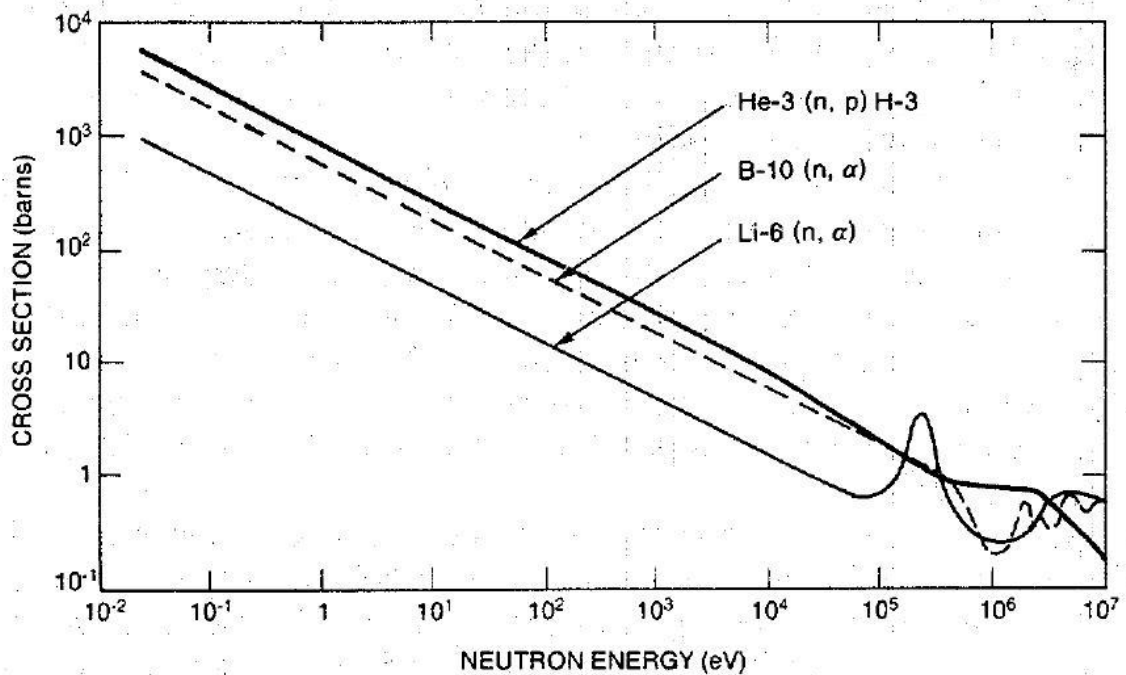


Fig. 13.4 $^3\text{He}(n,p)$, $^{10}\text{B}(n,\alpha)$, and $^6\text{Li}(n,\alpha)$ cross sections as a function of incident neutron energy (Ref. 7).

Figura 5: Secciones eficaces de absorción de neutrones para diferentes núcleos. A menor velocidad del neutrón, mayor probabilidad de captura.

3.1. Moderación de neutrones

La probabilidad de interacción (*sección eficaz*) depende de la energía del neutrón y del núcleo con el que interacciona:

- pueden ser elásticamente dispersados por un núcleo (la energía cinética del sistema se conserva). Es el principal mecanismo para energías en torno al MeV.
- pueden ser inelásticamente dispersados por un núcleo. Aparece para energías superiores al MeV.
- pueden ser absorbidos (e inducir emisión de partículas o fisión). La probabilidad de absorción es lineal con $1/v$ (v , velocidad del neutrón) en escala doble-logarítmica, además de las resonancias que dependen del núcleo inicial.
- lluvia de hadrones. Se produce con neutrones de muy alta energía (>100 MeV).
- pueden ser dispersados por interacciones magnéticas (no las consideramos).

La moderación (de neutrones) consiste en disminuir su energía cinética mediante dispersión, principalmente elástica. Las principales características de un moderador son:

1. alta letargia (pérdida de energía en cada colisión)
2. gran sección eficaz de dispersión elástica
3. baja sección eficaz de absorción: en general no interesa que disminuya el número de neutrones al moderar⁵; este punto es clave para diferenciar un buen moderador de un buen blindaje de neutrones (un blindaje de neutrones debiera absorberlos).

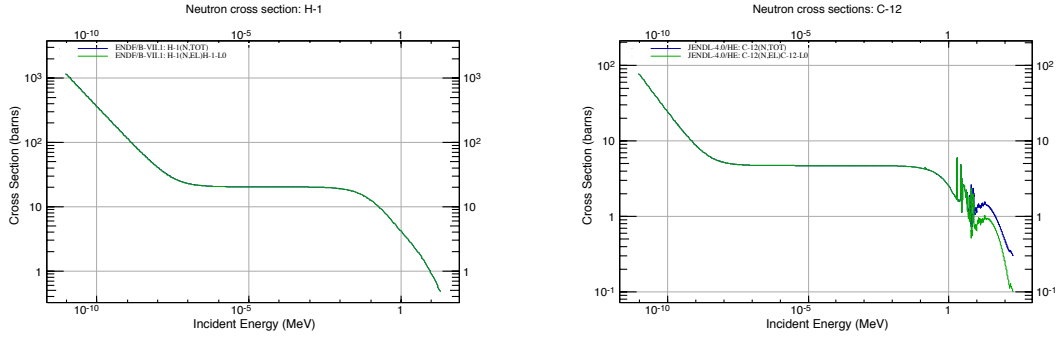


Figura 6: Secciones eficaces de dispersión elástica y total para ^1H (izquierda) y ^{12}C (derecha). Nótese los valores de sección eficaz para cada caso: la sección eficaz de absorción de neutrones térmicos por el ^3He es de 5340 barns, mientras que la de dispersión elástica del ^1H y del ^{12}C tres órdenes de magnitud menos.

La letargia se define como

$$\xi = \ln \left(\frac{E_0}{E_1} \right) \quad (1)$$

siendo E_0 y E_1 la energía del neutrón antes y después de la colisión elástica, respectivamente. La energía tras la colisión depende del ángulo de salida, de forma que

$$\left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 E_0 \leq E_1 \leq E_0$$

⁵Puede ser importante en reactores nucleares: moderación con ^2H en vez de ^1H , CANDU vs BWR/PWR.

Se puede comprobar que, bajo ciertas hipótesis, la letargia no depende de la energía del neutrón

$$\xi = \ln \left(\frac{E_0}{E_1} \right) = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right) \quad (2)$$

En general, la letargia sí puede depender de la energía. Véase el anexo para más información sobre el proceso de moderación, o el capítulo 2.8, *The interaction of neutrons*, W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* (Springer, 1987).

3.1.1. Tubos proporcionales de ^3He

Existen diferentes geometrías para contadores proporcionales. En nuestro caso, son tubos metálicos rellenos de ^3He (y una pequeña cantidad de CO_2). Como cátodo se utiliza el propio cilindro, y como ánodo un filamento en el centro; véase la Fig. 7

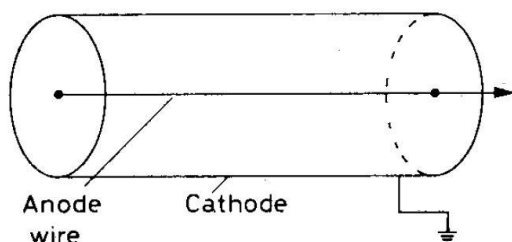


Figura 7: Esquema de una cámara proporcional cilíndrica.

Si no se aplicara una diferencia de potencial entre ánodo y cátodo, la mayoría de los iones se recombinarían y no se observaría ninguna señal. Si se aplica una diferencia de tensión, electrones e iones no se recombinarán y se podrá observar una señal de corriente, cuya amplitud dependerá de la tensión aplicada, de la geometría y del gas encerrado.

En un detector de gas, dependiendo de la tensión aplicada se distinguen varias regiones de operación (véase Fig. 8):

- Si no aplicamos voltaje, los núcleos se recombinarán con electrones sin alejarse mucho del punto donde se originaron.
- Si aumentamos un poco el voltaje, región de cámara de ionización: la diferencia de potencial es suficiente para impedir que se recombinen
- Si aumentamos el voltaje, región proporcional: se produce efecto de avalancha alrededor del ánodo.
- Si aumentamos más, región Geiger-Muller

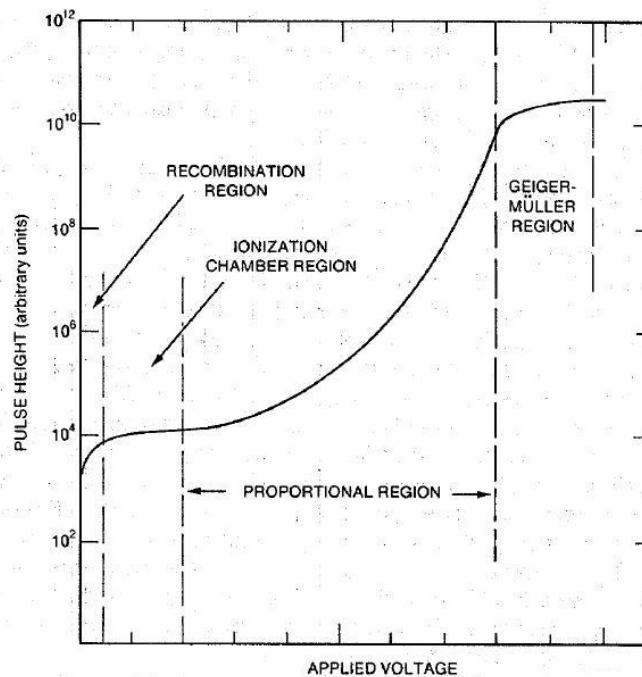


Figura 8: Regiones de operación de detectores de gas.

Para más información sobre cámaras de gas, véase 6.1 Gaseous Ionization Detectors, W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* (Springer, 1987).

3.1.2. Formación del pulso en un tubo proporcional

Podemos separar el campo eléctrico en el interior del tubo en tres:

- El que generan los electrodos: arrastra al protón y al tritón hacia el cátodo, y a los electrones hacia el ánodo.
- El que generan los electrones (primarios y de avalancha): al generarse muy cerca del ánodo, no cambian su distribución de carga y contribuyen muy poco a la amplitud total.
- El que generan el protón y el tritón (y el resto de iones positivos que generan al moverse): al acercarse al cátodo provocan una redistribución de cargas en dicho electrodo. Ese movimiento de cargas es lo que interpretamos como señal del detector. La duración del pulso puede ser de decenas o cientos de microsegundos. Para acortar la señal se utiliza un circuito derivador (circuito RC), de forma que sólo se utiliza (y se ve) la parte inicial de la subida, la más rápida.

La recolección de carga contribuye muy poco a la amplitud de la señal que se observa: ocurre en ns para los electrones, y en décimas de ms para los iones positivos.

NOTA: el CO₂ se elige para evitar descargas continuas en el tubo: absorbe fotones (de recombinación) que podrían iniciar una avalancha.

Véase capítulo 6.5, The cylindrical proportional counter, W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* (Springer, 1987), para más información sobre la formación de la señal.

3.1.3. Avalancha en cámaras proporcionales

Se produce avalancha si el electrón gana energía suficiente entre colisiones para ionizar al átomo con el que choca. Si $1/\alpha$ es el camino libre medio del electrón (distancia promedio entre colisiones), la probabilidad de ionizaciones por unidad de distancia será α . Este factor α también es conocido como primer coeficiente de Townsend (errata en W R Leo!). Si hay n electrones, tras recorrer una distancia dx habrá dn electrones nuevos:

$$dn = n \cdot \alpha \cdot dx$$

Y si el campo eléctrico es constante, podemos integrar sin que α tenga que depender de x

$$n = n_0 e^{\alpha x}$$

En general, si el campo eléctrico no es uniforme, la probabilidad de ionización por unidad de distancia α dependerá de la posición, y la expresión anterior debe generalizarse como

$$n = n_0 \exp \left(\int_{r_1}^{r_2} \alpha(x) dx \right)$$

Véase capítulo 6.4, The avalanche multiplication, W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* (Springer, 1987), para más información sobre el efecto avalancha en cámaras de ionización y el factor de Townsend.

3.2. BELEN48

BELEN (Beta-dELayEd Neutron) consiste en un sistema de detección de neutrones que cubre prácticamente todo el ángulo sólido alrededor de la fuente (detector 4π). En la versión actual consta de 48 tubos proporcionales de ^3He , ensartados en una matriz de polietileno de alta densidad (HWPE) siguiendo una geometría concreta, que permite tener una eficiencia en energía prácticamente constante y por encima del 50 %.

4. Preamplificador de carga

Amplifica la señal del detector y la corta temporalmente (véase capítulo 6.5 de W.R. Leo, antes mencionado), y sirve como paso intermedio entre el sistema de adquisición y el detector.

En nuestro caso, la señal de los tubos es un movimiento de carga. La magnitud física interesante es la carga total, es decir, la integral de la corriente a lo largo de un cierto periodo de tiempo. Esta integración puede realizarse en cualquier paso de un sistema lineal; existen 4 opciones óptimas:

1. integrar la carga usando la capacitancia del propio sensor.
2. usar un preamplificador de carga (o “charge-sensitive”); integra la carga que se ha movido desde el ánodo al cátodo durante un cierto periodo de tiempo, y convierte esa señal en una salida en tensión proporcional a ese valor de carga integrada.
3. amplificar el pulso de corriente y usar un ADC integrador (o “charge-sensitive”),
4. digitalizar el pulso de corriente e integrarlo numéricamente

Nosotros utilizaremos los preamplificadores de carga Mesytec MPR16.

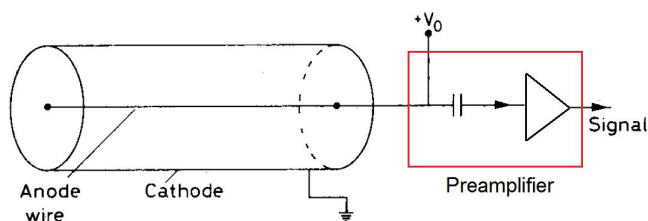


Figura 9: Esquema del primer bloque del sistema de detección. Dentro del preamplificador distinguimos un filtro que separa la alimentación del movimiento de cargas debido a la detección de un neutrón, simbolizado por un condensador en nuestro esquema; y la etapa de preamplificación de carga, simbolizado por el triángulo a continuación del condensador.

5. Tarjetas digitalizadoras

Las tarjetas digitalizadoras que vamos a utilizar realizan varias tareas. Comenzaremos por el primer bloque que encuentra la señal analógica del preamplificador, la digitalización.

Empezaremos por entender el proceso de digitalización. El proceso de digitalización tiene varios pasos:

1. Partimos de una señal continua en el tiempo y en tensión.
2. Muestreo: la señal sigue siendo continua en tensión, pero discretizamos el tiempo. En nuestro caso, las tarjetas sis3316 muestrean la señal a 100 MS/s (las tarjetas de sonido convencionales muestrean a 44100). En el GUI que vamos a utilizar, el tiempo se expresa por el inverso de la frecuencia de muestreo (periodo del reloj interno), esto es, una unidad de tiempo en el GUI se corresponderá en 10 ns.

Th de Kotelnikov-Niquist-Shannon-Whittaker, para el muestreo de señales: proceso reversible si frecuencia de muestreo es al menos el doble que la frecuencia límite del ancho de banda.

Aliasing: consiste en muestrear señales de alta frecuencia con una frecuencia de muestreo más pequeña; la frecuencia grande es un “alias” de la frecuencia pequeña y viceversa. Es como si hiciésemos fotos al sol cada 23 horas, parecería que el sol se mueve de oeste a este, con un periodo de 24×23 h. Para evitar aliasing, la frecuencia de muestreo debe ser más del doble de la frecuencia mayor que componga la señal o atenuar las componentes de alta frecuencia de la señal.

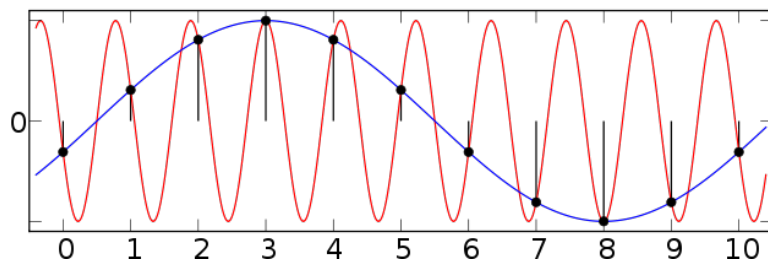


Figura 10: Efecto de aliasing: dos sinusoides pasan por las mismas muestras. Se dice entonces que la sinusoides roja es un “alias” de la azul, y viceversa.

3. Cuantificación: discretizamos la tensión de la señal muestreada (señal muestreada=tensión continua y tiempo discreto). Discretizar la tensión de la señal es un proceso irreversible, introduce un error: la diferencia entre la señal cuantificada y la señal continua estará entre -0.5LSB y 0.5LSB , siendo LSB el tamaño del “peldaño” (o step) de la cuantificación.
4. Codificación: para cada (valor de) tiempo, el valor discreto de tensión se pasa de Volts a bits (opcionalmente, también el valor de tiempo). En nuestro caso, el valor de tensión es representado por un entero sin signo de 16 bits, es decir, puede tomar 2^{16} valores distintos. A veces, a la unidad de tensión discreta codificada se la conoce como LSB (Least Significant Bit).

En general, se dice que una señal analógica (continua en tensión/corriente y en el tiempo) muestreada, cuantificada y codificada (en binario) es una señal digitalizada.

El proceso de adquisición se inicia cuando un evento válido genera una señal de trigger y comienza el proceso propiamente dicho. No todos los eventos generan un trigger (el sistema de adquisición tiene tiempo muerto). Cada detector/canal se dispara independiente del resto (*eventless*).

Una vez muestreada, pueden tratar a la señal de dos formas:

- Como un peak-sensing ADC: guarda SÓLO el valor de la altura del pico (peak-sensing). No distingue Pile-up ni offset de la señal. Si la señal alcanza una cierta amplitud umbral, se dispara el trigger y se adquiere el valor del máximo de la muestras siguientes.
- Filtro FIR trapezoidal: es el método que usaremos.

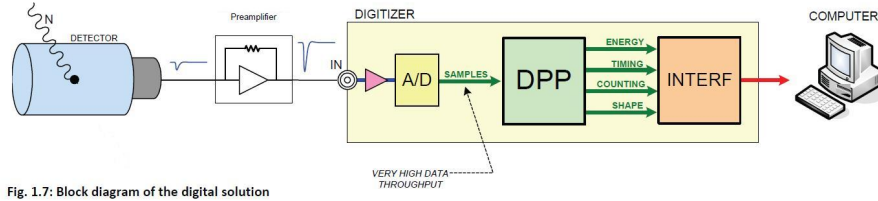


Figura 11: Cadena digital

5.1. Filtro FIR (Finite Impulse Response) trapezoidal

El filtro sigue el siguiente algoritmo:

1. La señal digitalizada es “suaviizada” por un filtro pasa baja, que elimina las altas frecuencias (MA_1 en la Fig. 12)

$$MA_1(t_i) = \sum_{j=i-P}^{j=i} s(t_j) \quad (3)$$

con $s(t_j)$ las señales del ADC. Entre paréntesis se explicita la dependencia con el tiempo, cada valor discreto de la tensión se corresponde con un valor discreto del tiempo. El número de muestras que suma para suavizar la señal (P en la fórmula anterior) se conoce como “**peaking time**”.

2. Se realiza la misma operación, pero con la señal digitalizada atrasada un número de muestras determinado (MA_2 en la Fig. 12). A ese número de muestras que se desfasa esta segunda señal se le conoce como “**gap time**” (G en la fórmula siguiente).

$$MA_1(t_i) = \sum_{j=i-P-G}^{j=i-G} s(t_j) \quad (4)$$

3. Se restan la señal y la señal desfasada (MAW en la Fig. 12).

4. Corrección tau: dado que la señal del preamplificador no es constante, sino que decae exponencialmente con una cierta constante tau, con la resta del paso anterior no se consigue un trapecio como puede verse en la Fig. 12. Para compensar esa dependencia exponencial y conseguir como salida un trapecio se deconvoluciona la señal MAW (MAWD en la Fig. 12). El efecto sería análogo a la cancelación de polo cero en los *shaping* analógicos.

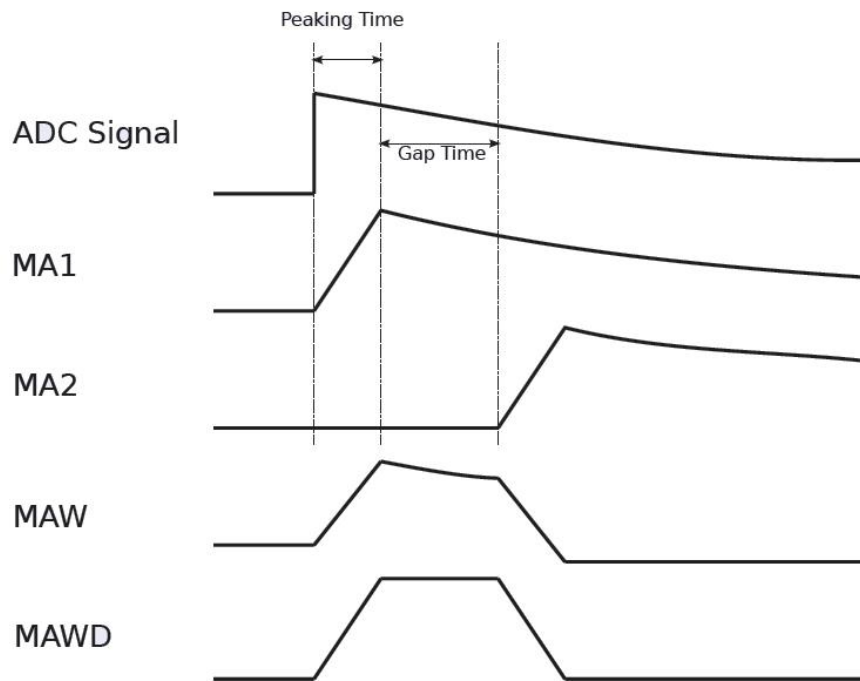


Figura 12: Etapas del FIR

6. Fondo natural de neutrones

Se conocen como rayos cósmicos a las partículas subatómicas cargadas eléctricamente de alta energía (principalmente protones y partículas alfa). Proviene del espacio, y al chocar con la atmósfera producen cascadas de partículas. A nivel del mar, las partículas secundarias más abundantes son los muones. Estas partículas secundarias (muones, neutrones secundarios de alta energía, y en menor medida, mesones) inducen reacciones nucleares de espalación y evaporación de neutrones, causando el fondo natural de neutrones que vamos a medir en la práctica.

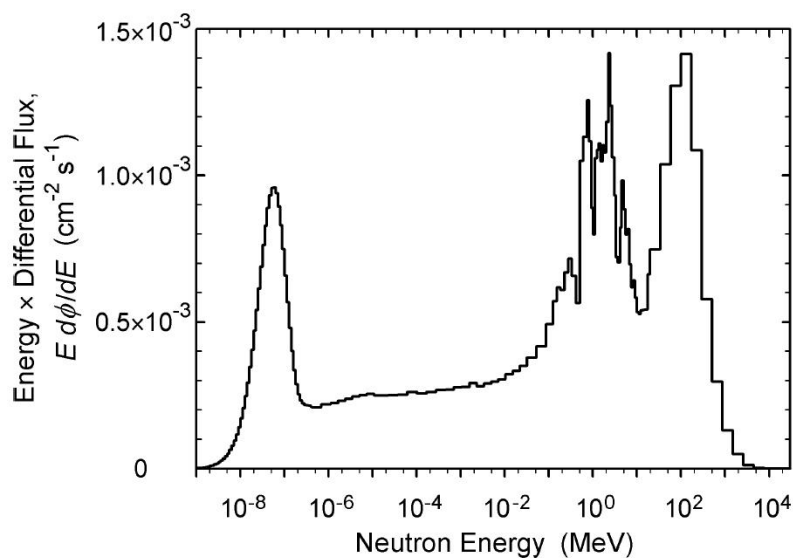


Figura 13: Espectro del fondo de neutrones. En el eje X se representa la energía, y en el vertical, el producto del flujo y la energía. Tomado de M.S. Gordon, P. Goldhagen, K.P. Rodbell, T.H. Zabel, H.H.K. Tang, J.M. Clem, P. Bailey, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* NS-51 (6) (2004) 3427.

7. Bibliografía

7.1. Recomendada/general

- W. R. Leo *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*
- G. F. Knoll *Radiation detection and measurement.*

7.2. Complementaria

- A. Klimov *Nuclear physics and Nuclear reactors.*
- E. Segré *Nuclei and Particles*
- Manual de las SIS3316 (preguntar al tutor)
- H. Spieler, *Electronics*

8. Anexo. Moderación de neutrones

Bibliografía extra: Chapter 2.8 W.R. Leo. Chapter 5 A. Klimov *Nuclear physics and Nuclear reactors*. Chapter 12 E. Segré *Nuclei and Particles*

La moderación consiste en el frenado de los neutrones rápidos hasta termalizarlos, a base de scattering (principalmente elástico). Veamos más detalladamente el problema desde un punto de vista mecánico: para neutrones de unos pocos MeV, podemos usar una aproximación no relativista. Consideremos una colisión única en el marco de referencia del laboratorio, de un neutrón de velocidad v_0 y un núcleo en reposo de masa A (en unidades de masa del neutrón). Haciendo la transformación al CDM, la velocidad del neutrón y del núcleo pasan a ser

$$v_n^{cdm} = \frac{A}{A+1}v_0 \quad v_A^{cdm} = \frac{1}{A+1}v_0 \quad (5)$$

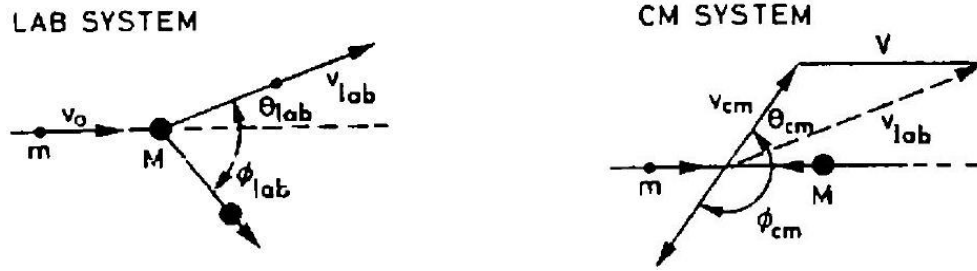


Figura 14: Moderación de neutrones como dispersión elástica.

Tras la colisión, el neutrón cambiará de dirección la energía cinética se conservará en el marco del CDM. Usando el teorema del coseno, la velocidad del neutrón en el marco del laboratorio

$$\left(v_n^{lab}\right)^2 = \left(v_n^{cdm}\right)^2 + \left(v_A^{cdm}\right)^2 - 2v_n^{cdm}v_A^{cdm}\cos(\pi - \theta^{cdm}) \quad (6)$$

donde θ^{cdm} es el ángulo de dispersión en el CDM. Si ahora sustituimos en la ecuación anterior las transformaciones de la velocidad dadas por la ecuación (5), encontramos que

$$\left(v_n^{lab}\right)^2 = \left(\frac{A}{A+1}\right)^2 v_0^2 + \left(\frac{1}{A+1}\right)^2 v_0^2 - 2\frac{A}{(A+1)^2}v_0^2\cos(\pi - \theta^{cdm}) \quad (7)$$

Dado que la energía cinética se define como $E = 0,5mv^2$, podemos utilizarla en la fórmula anterior:

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{v_n^{lab}}{v_0}\right)^2 = \frac{A^2 + 1 + 2A\cos\theta^{cdm}}{(A+1)^2} \quad (8)$$

De forma análoga, podemos llegar al ángulo de dispersión en el marco de referencia del laboratorio

$$\left(v_n^{cdm}\right)^2 = (v_n^{lab})^2 + \left(v_A^{lab}\right)^2 - 2v_n^{lab}v_A^{lab}\cos(\pi - \theta^{lab}) \quad (9)$$

y volviendo a usar (5), encontramos que

$$\cos \theta^{lab} = \frac{A \cos \theta^{cdm} + 1}{\sqrt{A^2 + 1 + 2A \cos \theta^{cdm}}} \quad (10)$$

Por otro lado, podemos echar las cuentas para el núcleo que dispersa al neutrón

$$E_A = E_0 \frac{4A}{(A+1)^2} \cos^2 \phi^{lab} = E_0 \frac{2A}{(A+1)^2} (1 + \cos^2 \phi^{cdm}) \quad (11)$$

de donde

$$\cos \phi^{lab} = \sqrt{\frac{1 + \cos^2 \phi^{cdm}}{2}} \quad (12)$$

De la ecuación (8) podemos acotar la energía máxima y mínima

$$\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 E_0 < E < E_0 \quad (13)$$

De la fórmula anterior, como de la intuición llegamos a la misma idea: cuanto más ligero sea el núcleo, más energía se llevará en el retroceso, y el neutrón saldrá con menos energía.

Vamos a calcular la distribución en energía de los neutrones dispersados. Para energías no muy altas ($< 15 \text{ MeV}$), el scattering está restringido a onda-S, que da lugar a una distribución isotrópica. Así pues, la probabilidad de scattering en un ángulo sólido $d\Omega$ es

$$d\omega = \frac{d\Omega}{4\pi} = 2\pi \sin \theta^{cdm} \frac{d\theta^{cdm}}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \theta^{cdm} d\theta^{cdm} \quad (14)$$

En el CDM, la probabilidad de que un neutrón sea dispersado en cualquier dirección dentro de un ángulo sólido es constante,

$$\frac{d\omega}{d\Omega_{cdm}} = \frac{1}{4\pi} \quad (15)$$

Aunque $d\Omega_{cdm}$ no depende de θ^{cdm} , al hacer la transformación al marco de referencia del laboratorio sí aparece una dependencia con el ángulo:

$$\overline{\cos \theta^{cdm}} = \int \cos \theta^{cdm} \frac{d\omega}{d\Omega_{cdm}} d\Omega_{cdm} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos \theta^{cdm} \sin \theta^{cdm} d\theta^{cdm} = 0 \quad (16a)$$

$$\overline{\cos \theta^{lab}} = \int \cos \theta^{lab} \frac{d\omega}{d\Omega_{lab}} d\Omega_{lab} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{A \cos \theta^{cm} + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta^{cm} + 1}} \sin \theta^{cm} d\theta^{cm} = \frac{2}{3A} \quad (16b)$$

La asimetría que aparece en el marco del laboratorio deriva de la transferencia de momento al núcleo dispersor, de modo que si su masa es muy grande, apenas habrá transferencia de momento, y la dispersión será más isotrópica. El caso más asimétrico será cuando $A = 1$; así la ecuación (10) se reduce a

$$\cos \theta^{lab} = \cos(\theta^{cdm}/2) \quad (17)$$

Por otro lado, del valor esperado del coseno podemos deducir que si $\overline{\cos \theta^{lab}} = 2/3$, entonces $\theta^{lab} = 48^\circ$

Diferenciando (8),

$$\frac{dE}{E_0} = \frac{2A \sin \theta^{cdm}}{(A+1)^2} d\theta^{cdm} = \frac{\alpha - 1}{2} \sin \theta^{cdm} d\theta^{cdm} \quad (18)$$

Sin embargo, en el espacio tridimensional, el ángulo sólido $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$, aumenta con θ como lo hace dE , así pues el incremento de la energía con el ángulo sólido será constante,

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dE} &= \frac{(A+1)^2}{4AE_0} = \frac{1}{E_0(1-\alpha)} \\ \alpha &= \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

y la integral de $\frac{d\omega}{dE}$ para todos los valores posibles de la energía es la unidad. Que sea constante significa que la energía decrece linealmente desde su valor máximo hasta su valor mínimo, al ir recorriendo linealmente la coordenada θ . La cantidad que cambia linealmente tiene un valor esperado $\overline{E} = 0,5(max(E) - min(E)) = 0,5(1 + \alpha)E_0$, y el valor esperado de la pérdida de energía será pues

$$\overline{\Delta E} = \overline{E_0 - E} = E_0 - \overline{E} = \frac{1-\alpha}{2} E_0 \quad (20)$$

En general, más que de variaciones lineales se suele hablar de variaciones logarítmicas, ya que el incremento logarítmico es inversamente proporcional a la cantidad:

$$\overline{\Delta \ln E} = \overline{\ln E_0 - \ln E} = \overline{\ln \frac{E_0}{E}} = \int_{\alpha E_0}^{E_0} \ln \left(\frac{E_0}{E} \right) \frac{d\omega}{dE} dE = \boxed{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha = \xi} \quad (21)$$

La magnitud ξ , letargia neutrónica o decremento logarítmico de energía, está determinada sólo por el número másico del núcleo dispersor.

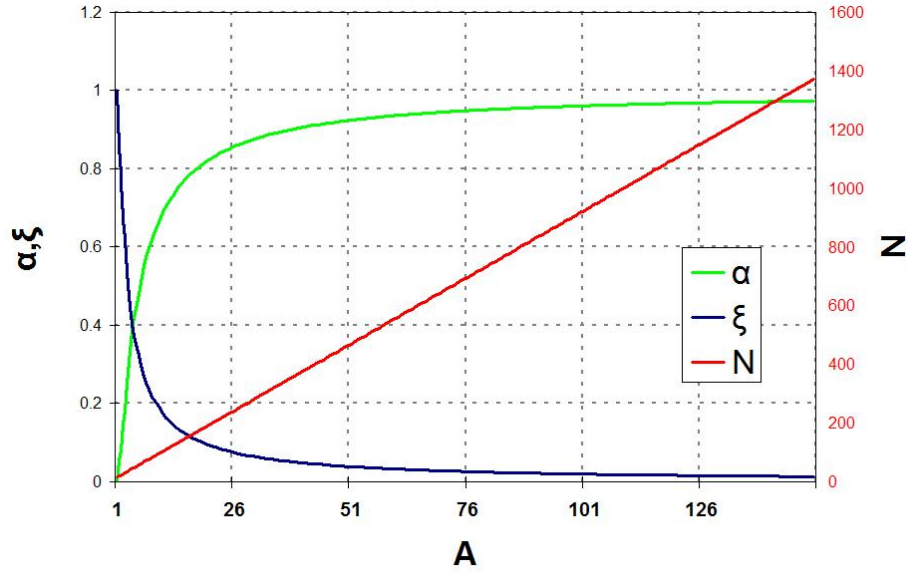


Figura 15: En el eje vertical izquierdo se muestran el factor α y la letargia ξ . En el otro eje vertical se muestra el número promedio de colisiones para conseguir termalizar (25 meV) neutrones de 2 MeV, es decir, $N = \frac{1}{\xi} \ln \left(\frac{E_0}{E} \right)$. Nótese la diferencia entre las 18 colisiones con hidrógeno, con las 1200 colisiones necesarias con yodo ($A = 126$).

Así pues, se dice que un material es un buen moderador si es ligero y baja absorción, y un material se dice que es un buen blindaje si es ligero y alta absorción de neutrones térmicos.

NOTA: en un principio, hemos asumido que por culpa de la moderación perdemos completamente la resolución en energía. Sin embargo, si medimos con diferentes espesores de moderador podemos llegar a deducir la energía de los neutrones que estamos midiendo. Éste es el fundamento de las *esferas (o cilindros) de Bonner*.